

图像多尺度统计模型综述

王文¹⁾ 芮国胜¹⁾ 王晓东^{1),2)} 邢福成¹⁾

¹⁾(海军航空工程学院电子工程系, 烟台 264001) ²⁾(海军潜艇学院, 青岛 266042)

摘要 基于小波变换的图像处理方法是目前的主流方法,而对图像特征的多尺度统计建模则是图像压缩、去噪、分割、纹理分析与合成等统计应用的关键问题。本文综述了图像的多尺度统计模型,包括边缘分布模型以及层内、层间和混合相关模型,分析了各模型的优缺点,给出了对各种相关模型捕捉系数间相关性能力的归一化量测。最后,简单介绍了基于多尺度几何分析的统计图像模型,并对多尺度统计建模的前景进行了展望。

关键词 小波 多尺度统计模型 非高斯 相关模型 互信息 多尺度几何分析

中图分类号: TP391 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)06-0961-09

A Review of Multiscale Statistical Image Models

WANG Wen¹⁾, RUI Guo-sheng¹⁾, WANG Xiao-dong^{1),2)}, XING Fu-cheng¹⁾

¹⁾(Department of Electronic Engineering, Naval Aeronautical Engineering Academy, Yantai 264001)

²⁾(Navy Submarine College, Qingdao 266042)

Abstract The algorithms based on wavelet transform have been very popular in image processing applications such as image compression, denoising, segmentation, texture analysis and synthesis. Multiscale statistical models for image characteristic are the key problems for these applications. This paper reviewed the statistical models for images in wavelet domain. Firstly, the marginal models for non-Gaussian distribution of image wavelet coefficients were studied, then the dependency models including interscale, intrascale and composite dependencies were analyzed, and the paper indicated the advantages and disadvantages of the models and gave normalized measures for the abilities of different dependency models to capture the dependencies between coefficients. At last, image statistical models based on multiscale geometric analysis were introduced in brief, and the possible future work is pointed out.

Keywords wavelet, multiscale statistical model, non-Gaussian, dependency model, mutual information, multiscale geometric analysis

1 引言

小波变换所具有的低熵、多分辨和去相关等优异特性^[1],使其在图像压缩、去噪、分割、纹理分析与合成中应用广泛^[2-5]。对统计图像处理来说,图像特征的多尺度描述和解析表示是非常重要的;一种算法的性能如何在很大程度上依赖于统计模型的有效性和鲁棒性。在过去的十几年中,人们对图像多尺度统计建模问题进行了深入研究,提出了各种多尺度边缘分布模型和统计相关模型。本

文从分析小波系数的边缘统计特性开始,综述了目前主要的多尺度边缘模型,介绍现有的各种系数相关模型,指出各模型的优点和不足,并给出基于信息论分析的对图像系数各种相关性模型的归一化量测。文章最后简要介绍基于多尺度几何分析的统计建模问题,并对图像多尺度统计建模的未来发展进行展望。

2 图像小波系数的边缘统计特性

在无噪声图像的小波表示中,许多系数都来自

收稿日期:2005-08-24;改回日期:2006-01-12

第一作者简介:王文(1973~),女,2002年毕业于海军航空工程学院通信与信息系统专业获硕士学位,现为该专业在读博士研究生。主要研究方向为小波变换、图像多尺度统计建模及贝叶斯估计算法研究。E-mail:wangwenhy@163.com

相对平滑区域,因此非常小,而其他对应于边缘的系数则可能很大,从而使无噪声图像的小波系数在每个子带中的分布都表现为在零点出现尖峰且具有重

拖尾^[6-11](如图 1(a)、(b)所示),是一种典型的非高斯分布。目前主要有下述几种形式来描述小波系数边缘分布的非高斯性。

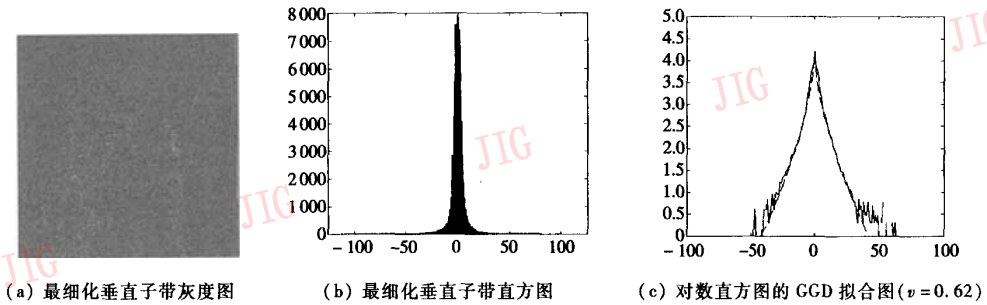


图 1 512 × 512 Lena 图像最细化垂直子带直方图及 GGD 拟合图

Fig. 1 The histogram and Log-histogram fitted with GGD for the finest HL subband of Lena

2.1 重拖尾分布

Mallat 通过研究自然图像在同一子带中的系数特征,提出了小波系数的广义拉普拉斯分布^[6],又称广义高斯分布(GGD)或扩展指数分布,Laplace 分布和高斯分布是它的两个特例。GGD 模型的解析式为

$$f(y) = \frac{v}{2s\Gamma\left(\frac{1}{v}\right)} \exp(-|y/s|^v), s, v > 0 \quad (1)$$

其中, $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ 为 Gamma 函数, s 和 v 分别是方差和形状参数。对自然图像,形状参数 v 的范围通常是 $v \in [0.5, 1]$ 。

利用子带信号的方差和峰态: $\sigma_y^2 = s^2 \Gamma\left(\frac{3}{v}\right) / \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)$, $k_y = \Gamma\left(\frac{1}{v}\right) \Gamma\left(\frac{5}{v}\right) / \Gamma^2\left(\frac{3}{v}\right)$, 可得到模型参数 s 和 v 的精确估计^[7]。图 1 给出了 512 × 512 的 Lena 图像最细化垂直(HL)子带的直方图和 GGD 拟合图。可以看到,GGD 模型可以很好地拟合子带系数的边缘分布,并描述小波域图像的稀疏性。对特定图像,已经提出了小波系数的其他重拖尾分布,如 SAR 图像的 Pearson 分布^[12],以及医学超声图像的 α -stable 分布^[13]等等。

2.2 混合先验

与重拖尾模型相比,混合先验通常可以得到贝叶斯估计的简化计算解,并使贝叶斯估计自适应于每个系数的邻域^[10,11,14,15]。目前主要有两种常用的混合先验形式。

2.2.1 两种分布的加权和

对图像而言,边缘等特征通常表现为大系数或

重要系数,而平滑区域则为小系数或不重要系数。因此,可以利用一种分布描述“有效”(高能量或重要)系数的统计量,而采用另一种分布表示“无效或不重要”系数的统计分布^[10,14,16-19]。混合先验可统一表示为^[20]

$$f(y) = P(X=0)f_{Y|X}(y|0) + P(X=1)f_{Y|X}(y|1) \quad (2)$$

其中, X 是贝努利随机变量, $P(X=1) = p = 1 - P(X=0)$, $f_{Y|X}(y|0)$ 和 $f_{Y|X}(y|1)$ 分别表示无噪声的“不重要”系数和“重要”系数的分布。概率 $P(X=1)$ 可利用 HMT 模型^[10,16,17]、马尔可夫随机场(MRF)模型^[18,21]或基于信号的局部活跃指数^[22]自适应地求取。

在该框架中,最常用的模型是两个正态分布的混合^[10,16,17],即用两个不同方差的高斯分布组成边缘先验,又称高斯和模型。Liu 等人则将重要系数用 GGD 表示,而非重要系数采用高斯分布表示^[23]。文献[24]中提出了基于正态分布与在零点的点质量函数混和的先验分布,Hasen 等人则采用拉普拉斯分布和零点概率质量函数的混和边缘先验^[19]。

2.2.2 高斯比例混和(GSM)模型

在实际应用中,两状态高斯和模型因其完美的估计形式得到广泛应用。但该模型仅粗略地将系数分为“重要”或“不重要”两类,对结构复杂的图像信号显然是不适合的。高斯比例混和先验实质上是对两状态高斯和分布的一种推广,但更为强调局部系数的影响。该模型将每个系数建模为两个独立随机变量的积^[11,25]:

$$y = \sqrt{z}u \quad (3)$$

其中, u 是高斯随机场变量; 因子 z 是一个正的标量, 通常是邻域系数值的函数(类似于在同一尺度中系数的局部方差^[15]或在同一尺度或相邻尺度中邻域系数的更为复杂的函数^[11,25]), 当 z 已知时, 系数为高斯分布。

采用高斯比例混合先验, 可以得到一大类实际的重拖尾分布^[11]。这些模型为构筑从低复杂性到高复杂模型的空间自适应估计提供了一个完美框架^[20]。

3 多尺度统计相关模型

基于小波变换的基本性质和小波变换对一大类图像的“近去相关”特性, 人们提出了小波系数的独立联合统计模型。目前应用较广的是独立 GGD 模型^[19,26], 但从该模型独立抽取样本时, 却无法得到实际的图像表示^[9], 这主要是由于没有考虑系数间的相关性所致。从经验来看, 图像的正交小波分解系数是较好去相关的(其协方差为 0), 但这只能表示其二阶相关性, 而我们容易看到系数间存在重要的高阶相关性, 尤其是对非正交小波分解而言, 其系数间的相关性更强。这些相关性在图像压缩和估计等领域得到了深入研究, 其中每个统计模型都集中于某类特定的相关性, 并试图用一个相对简单和易

解的模型进行描述。现有的统计相关模型可粗略分为三类: 层间相关模型^[2,4,5,10,16], 层内相关模型^[11,15,17,21,25]和混合相关模型^[11,18,23]。

3.1 层间相关模型

在采样小波表示中, 由于进行了下采样, 尺度 2^j 上的每个系数都对应着下一层较细化尺度 2^{j-1} 上的四个系数, 即小波系数的尺度间(“父—子”)相关性可以很自然地用一个二叉树表示(如图 2(b)所示)。当父系数幅度较小时, 其子系数的幅度也很可能较小。该特性被 Shapiro 应用于嵌入式零树(EZW)编码器, 得到了较好的编码效果^[2]。Said 和 Pearlman 将跨尺度间的自相似性和等级树集合分割方案相结合, 提出了一个更好的编码器, 即 SPIHT 编码器^[27]。Sendur 等人给出了父系数和子系数的双变量统计模型, 表现这种层间相关特性, 并给出了图像去噪的双阈值函数, 效果较好^[28]。Willsky 等人则对二叉树上的多尺度随机过程进行了研究, 通过二叉树上“父—子”间的马尔可夫性对小波系数进行建模, 并提出了多尺度卡尔曼滤波算法^[29-31]。Crouse 等人在隐马尔可夫模型(HMM)基础上提出了隐马尔可夫树(HMT)模型^[10]。将每个小波系数与一个控制系数大小的隐状态相连, 通过马尔可夫转移阵的形式将父系数状态与子系数状态间的关系加以量化, 从而在小波系数的隐状态变量而不是系数本身之间建立了相似关系(图 2(c))。

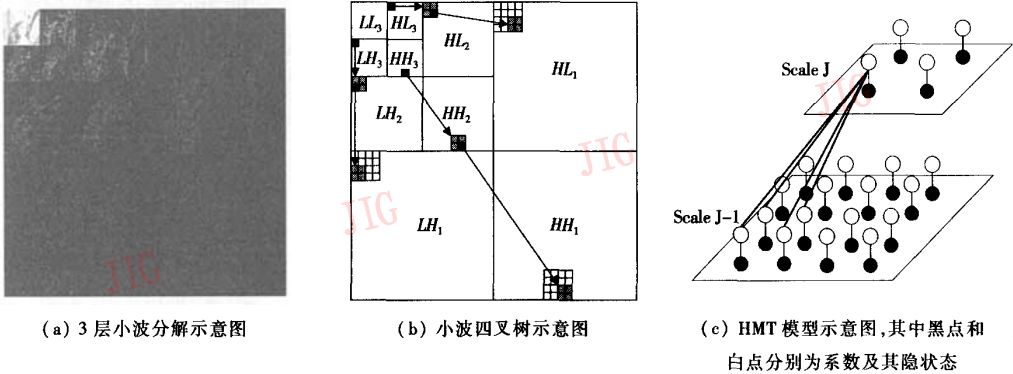


图 2 Lena 图像的小波分解及 HMT 模型示意图
Fig.2 The wavelet decomposition of Lena and HMT model

到目前为止, HMT 模型是应用最为广泛的层间相关模型, 在图像估计和纹理分割等应用中取得了很好效果^[4,10], 下面对其进行简单介绍。

为描述小波系数的非高斯边缘分布, HMT 采用了前述的两状态高斯和模型^[10]:

$$f(w_i) = \sum_{m=S,L} p_{S_i}(m) f(w_i | S_i = m) \quad (4)$$

其中, $m = S, L$ 分别对应系数的“大”或“小”状态, $f(w_i | S_i = m) \sim N(\mu_{i,m}, \sigma_{i,m}^2)$, $p_{S_i}(S) + p_{S_i}(L) = 1$ 。当隐状态变量已知时, 系数为高斯分布。

对尺度间相关性, HMT 模型以马尔可夫概率树的形式描述大/小系数在尺度间的传递性。除根节点之外, 每个小波系数的状态转移概率矩阵为

$$A_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,S}^{\rho(i),S} & \varepsilon_{i,L}^{\rho(i),S} \\ \varepsilon_{i,S}^{\rho(i),L} & \varepsilon_{i,L}^{\rho(i),L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,S}^{\rho(i),S} & 1 - \varepsilon_{i,S}^{\rho(i),S} \\ 1 - \varepsilon_{i,L}^{\rho(i),L} & \varepsilon_{i,L}^{\rho(i),L} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, $\varepsilon_{i,S}^{\rho(i),S}$ 表示当 w_i 的父系数 $w_{\rho(i)}$ 是大或小状态时, w_i 为大或小状态的概率。

采用期望最大化 (EM) 算法可以得到上述参数的估计。但 HMT 模型参数众多, 即便对每个尺度内的系数参数进行绑定, 其参数仍约为 $4L$ 个 (L 为小波分解层数), 且单次迭代次数为 $O(N)$ (N 为图像像素个数), 同时牺牲了模型描述的准确性。为降低计算量, Crouse 等人又提出了基于简化上下文模型的 HMM (CHMM) 模型, 仅利用当前系数的父系数及其相邻系数进行参数估计, 但新方法在降低计算量的同时却损失了原有模型的反馈机制^[32]。为解决 HMT 模型的计算量问题并充分利用 HMT 的树状结构, Romberg 基于对自然图像小波系数归一化后表现出的尺度间自相似性, 提出了一种仅包含 9 个参数的通用 HMT (uHMT) 模型^[16], 并通过直接指定这 9 个参数的值, 对 HMT 模型做了进一步简化和改进, 避免了 HMT 模型训练费时和模型的不稳定性等缺点。实验表明, 基于 uHMT 的方法可以得到与 HMT 模型几乎相同的结果。同时, Romberg 为弥补实数小波对图像的边缘正则性描述不足的缺陷, 还将 HMT 模型推广到复小波域, 且将大方差系数分为多种几何状态, 以分别对应局部线性轮廓的不同类型, 从而将几何结构描述融入 HMT 模型^[33]。

3.2 层内相关模型

由图像的多尺度表示容易推得系数间的树状或层间相关性, 但对图像而言, 其每个子带的小波系数还以空间聚类形式表现出重要的相关性^[21]。图 2(a) 给出了 Lena 图像的 3 层可分离正交小波分解图。不难看出, 大幅度系数在子带中倾向于聚类出现, 且出现在相邻尺度和方向子带的相同的相对位置。同态编码器利用小波系数的空间聚类性进行图像压缩^[34]; 而估计量化 (EQ) 编码器则将小波系数建模为具有零均值和缓变方差的独立高斯分布, 得到了目前最好的压缩效果^[35]。近来该模型被 Mihcak 等人应用于图像去噪, 即所谓的双随机模型, 同样得到了很好的去噪性能^[15]。但该模型由邻域系数估计局部统计量, 而在边缘的邻域中假定数

据的局部均匀性是不恰当的, 因此 Joshi 等人又构造了包括空变方差的图像模型^[36]。Fan 等人还给出了基于上下文模型的尺度内 HMM^[17]。目前比较典型的层内相关模型是高斯比例混和模型及马尔可夫随机场 (MRF) 模型。

3.2.1 高斯比例混合 (GSM) 模型

与 GSM 边缘先验类似, 但在层内相关 GSM 模型中, 是将相邻位置和尺度的系数邻域 \mathbf{x} 建模为两个独立随机变量的积: 高斯向量 \mathbf{u} 和隐含正标量因子 z 的积^[11], 即

$$\mathbf{x} = z \mathbf{u} \quad (6)$$

其中, d 表示分布的等同性, z 调制邻域中各系数的局部方差, 以解析形式描述系数幅度间的相关性, 对 z 的不同概率密度选取将体现出不同的相关思想^[11]。

同时, 式 (6) 是式 (3) 的向量扩展, 以涵盖系数间的相关性, 其边缘分布由式 (3) 表示。Porilla 将该模型用于图像去噪, 得到了目前最好的去噪效果^[11]。实际上, EQ 模型^[35] 及双随机模型^[15] 都可以认为是 GSM 模型的特例, 只是体现在方差估计时 z 取值的不同而已。

3.2.2 马尔可夫随机场 (MRF) 模型

与 HMT 模型类似, MRF 模型也赋予每个系数一个状态变量 0 或 1, 分别表示该系数为非重要或重要系数^[21]。与 HMT 模型不同的是, 在 MRF 模型中, 系数或状态间的关系主要表现在尺度内而非尺度间。MRF 的联合概率 $P(\mathbf{X} = \mathbf{x})$ 是吉布斯分布的特例, 即^[20]

$$P(\mathbf{X} = \mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{1}{T} \sum_{c \in C} V_c(\mathbf{x})\right) \quad (7)$$

其中, 势能 $V_c(\mathbf{x})$ 是状态标记 $x_l (l \in C)$ 的函数, C 为当前系数的所有可能簇。

在该模型中, 为每个细节子带 $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_n]$ 分配一个重要性量测向量, 即重要性图 $\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_n]$, 并由该量测确定各系数的状态, 得到二值标记向量 (隐变量), 即掩模 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$ 。以估计为例, 通过对掩模施加一个先验, 根据重要性图中每个系数表示重要信号的概率对系数进行萎缩估计^[18]:

$$\hat{w}_l = P(X_l = 1 | \mathbf{M} = \mathbf{m}) w_l \quad (8)$$

当状态已知时, 对掩模的不同先验选取将得到不同的结果^[21,38]。

需要指出的是, 表征系数重要程度的重要性量

测 m 在选取不同的量测时会体现出不同的相关性。最简单的选择是直接利用系数幅度^[37], 隐含独立性假设; Malfait 等人则利用邻域信息、选择系数的局部 holder 指数作为重要性量测^[21]; 而 Pizurica 等人通过在重要性量测中加入尺度间相应系数的影响, 表现出混合建模思想^[18]。

3.3 混合相关模型

事实上, 小波系数层间和层内的相关性同时存在, 因此上述两类模型都不能完整描述小波系数间的相关性。为此, 人们研究了小波系数的层内层间混合相关模型, 既考虑层间系数之间的相关性, 又兼顾层内系数间的关系。目前比较具有代表性的混合相关模型, 实际上都是层内相关或层间相关模型的推广。如 Portilla 等人在层内模型 GSM 基础上, 通过在原有系数的层内邻域中加入其父系数, 从而在层内模型中加入层间系数影响, 得到了混合相关模型 PGSM, 但其实质仍然是一种局部邻域操作^[11]。Liu 等人则通过规定一个阈值 T , 将大于 T 的系数称为重要的, 根据其父系数是否重要将小波系数分成重要和非重要两类, 并假定重要系数服从独立广义高斯分布, 而非重要系数服从方差局部高度相关的独立高斯分布(即 EQ 模型), 从而得到新的尺度空间混合相关模型^[23]。其他的混合相关模型还有 Pizurica 等人提出的基于 MRF 的混合相关模型^[18], Joshi 等人提出的基于分类的包含尺度间和尺度内

相关性的模型^[36], Chang 等人提出的空间自适应上下文模型^[39]以及 Simoncelli 等人提出的预测模型^[9]等等, 在图像压缩和估计中应用很广。

与层间模型相比, 混合相关模型较好地考虑了层内系数之间的关系; 而与层内模型相比, 则能更好地揭示图像特征跨尺度的表现形式。

3.4 各相关模型在图像去噪中的应用实例

在此, 以图像去噪为背景, 对独立 GGD 模型、HMT 层间模型、GSM 层内模型和 PGSM 混合相关模型进行了比较。其中, 独立 GGD 模型采用经典软阈值估计方法^[3], HMT、GSM 和 PGSM 模型均采用贝叶斯方法进行图像估计。表 1 给出了对 Lena 图像分别加以方差为 10、20 和 30 的噪声时由上述四种模型得到的 PSNR 性能值。噪声方差为 20 时 Lena 图像的去噪效果如图 3 所示。

表 1 基于各相关模型的估计性能比较 (PSNR)

Tab.1 The comparison of estimations for dependency models

	10	20	30
noisy	28.130 8	22.110 2	18.588 4
independent	29.889 9	27.290 1	25.884 6
HMT	33.932 3	30.343 7	28.220 0
GSM	34.151 4	30.672 9	28.927 0
PGSM	34.299 2	30.888 8	29.091 4



图 3 基于不同相关模型的去噪效果图

Fig.3 The denoising results based on different dependency models for Lena

不难看出,基于 PGSM 混合相关模型的性能最好,但只稍强于层内相关模型,层间模型效果较层内模型要差,但都比独立模型的效果要好得多。

4 相关模型的信息论分析

从 3.4 节的实验结果可以看出,各种模型在实际应用中的效果不尽相同。同时,大量文献也表明,基于层内相关性的统计模型在图像压缩(如 EQ 方法)、去噪(如 MRF、GSM 模型)等应用中得到了较层间模型更好的效果,而混合相关模型相对层内模型增益较少,且增大了计算量^[11,15,35]。为对各模型的相关性作一个统一的定量比较,Liu 等人^[40]利用互信息对各模型描述系数相关性的能力进行了归一化量测。

两个随机变量(或向量) X, Y 间的互信息定义为^[40]

$$I(X;Y) \triangleq E_{xy} \left[\log \frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \right] = D(p(x,y) \| p(x)p(y)) \quad (9)$$

其中, $D(\cdot \| \cdot)$ 表示两个分布间的相关熵。

互信息 $I(X;Y)$ 表示 Y 携带了多少关于 X 的信息(比特),具有对称性、非负性;当且仅当 X 和 Y 独立时,互信息为零。在估计应用中,互信息则以率失真限的形式给出了参数估计性能的极限。 $I(X;Y)$ 越高,已知 Y 时越容易估计 X ,反之亦然。

为比较层间、层内和混合相关模型捕捉小波系数相关性的能力,Liu 等人比较了 3 种互信息量:

(1) $I(X;PX)$,表示层间模型的互信息,其中 X 是一个小波系数(图 4 中黑色块所示), PX 为其在下一层稀疏子带的父系数。

(2) $I(X;NX)$,量测层内模型互信息量,其中 NX 是 X 在同一子带中的预定义邻域(不包含 X 点),见图 4 中灰色部分。

(3) $I(X;PX, NX)$,则表示同时考虑父系数和邻域信息的混合相关模型的信息论量测。

由互信息的性质可知, $I(X;PX, NX) \geq I(X;NX)$,两项的差为 $I(X;PX|NX)$,表示当 NX 已知时 PX 携带的关于 X 的信息量的多少。同样,可以得到: $I(X;PX, NX) \geq I(X;PX)$,其差 $I(X;NX|PX)$ 表示当 PX 已知时 NX 携带的关于 X 的信息量。

以 512×512 的 Lena 图像为例,采用 Daubechies4 小波作两层分解,得到上述 3 种模型在最细化方向子带中的互信息^[4],如表 2 所示。

不难看出,对任意方向子带,始终有不等式

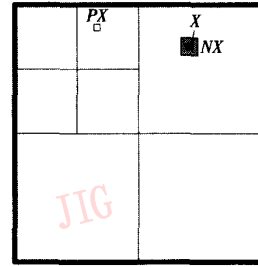


图 4 PX 和 NX 的示意图

Fig.4 The presentation of PX and NX

表 2 Lena 图像最细化子带的互信息(比特)

Tab.2 Mutual information of the finest subbands of Lena

direction	$I(X;PX)$	$I(X;NX)$	$I(X;PX, NX)$
horizontal	0.195	0.322	0.352
vertical	0.144	0.239	0.264
diagonal	0.084	0.135	0.159

$\hat{I}(X;PX) < \hat{I}(X;NX) < \hat{I}(X;NX, PX)$ 成立,且层内相关性较层间相关性约强一倍,而混合模型的互信息量只略高于层内相关模型($\hat{I}(X;PX)$ 约为 $\hat{I}(X;NX, PX)$ 的 55%, $\hat{I}(X;NX)$ 大约是 $\hat{I}(X;NX, PX)$ 的 91%, $I(X;PX|NX)$ 约为 $\hat{I}(X;NX, PX)$ 的 9%),表明层内模型捕捉了小波系数间的大部分相关性,而通过加入父信息获得的增益则较小,这与图像压缩和估计等应用的实际观测是一致的^[11,15,23,35]。需要注意的是,小波滤波器的选取对互信息量测具有重要影响。当选取 Haar 小波时,其优秀的层内去相关能力使得层间相关性占据主导地位,而选择其他小波基函数,如消失矩大于 2 的 Daubechies 小波进行图像分解时,层内模型的互信息量要明显大于层间模型,即层内模型表现出更好的捕捉相关性的能力。

5 图像多尺度几何模型

在过去的十几年间,基于小波变换的方法在图像压缩、估计和分割等应用中达到了最佳效果。尽管取得了极大成功,但小波变换在处理图像边界时却具有重大缺陷。通常情况下,一幅图像主要由被平滑轮廓线分隔的平滑、各向同性区域组成。尽管小波变换可以成功捕捉信号的点奇异性,但对线奇异性则显得力不从心,甚至不能捕捉图像中最简单的几何结构。事实上,小波变换对这种逐段平滑图

像并不是稀疏表示的,而是用很多小波基函数来精确构造一条边缘(如图 5(a)所示)。简单地讲,小波变换容易对灰度正则性建模,却不能对几何正则性准确建模^[41]。于是有两条路可以选择:一条路是研究更为复杂的小波模型,放弃树结构等模型的简单性和计算有效性,另一条则是研究一个可以用简单模型描述的新的表示方法。第二种方法近来成为计算调和与分析领域的热点,图 5(b)给出了我们所希望的变换形式,即为充分利用图像的几何正则性,基函数的支撑区间应该表现为“长条形”,以达到用最少的系数逼近奇异曲线的目的^[42]。

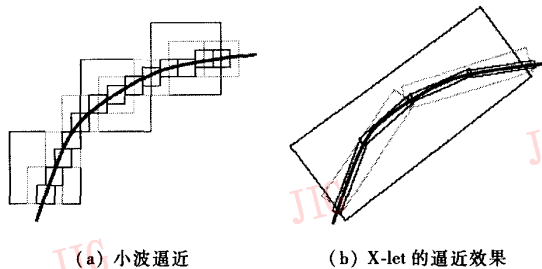


图 5 小波与多尺度几何分析逼近效果图

Fig. 5 Approximation performance of wavelet and X-let

Candès 于 1998 年提出了所谓的脊波 (ridgelet) 理论^[43],相当于在图像的 Radon 变换域上作一维小波变换,从而捕捉直线的奇异性,但对于曲线奇异性,其逼近性能仅相当于小波变换。后来 Candès 又提出了单尺度脊波变换,较好地解决了对含曲线奇异的多变量函数的稀疏逼近问题^[44]。1999 年 Candès 和 Donoho 由脊波理论衍生出 Curvelet 变换^[45],其核心是 Curvelet 基的支撑区间具有各向异性尺度关系,符合我们所希望的基所具有的支撑区间形状(如图 5(b))。2002 年 Do 和 Vetterli 提出的 Contourlet 变换则继承了 Curvelet 变换的各向异性尺度关系,其基函数的支撑空间具有随尺度而长宽比变化的长条形结构^[46]。人们还提出了其他许多具有很好理论稀疏性的表示方法,如 bandelets、wedgelets 和 platelets 等^[47,48],与前面提到的各种变换统称为多尺度几何分析方法,在实际应用中产生了深远的影响。

同样地,如何描述图像在多尺度几何表示中的统计分布是图像统计应用的关键。目前主要的多尺度几何边缘分布采用了与小波变换相同的统计模型,即广义高斯模型^[49,50]或高斯和分布^[42];而对系

数间相关性的描述,则沿用了独立模型^[49,50]或尺度间相关的 HMT 模型^[42]。

6 结 论

图像多尺度统计建模主要存在两个难点,即对边缘分布的非高斯性及联合分布的非高斯性或系数间相关性的精确建模。本文对目前主要的多尺度边缘模型和相关模型进行了系统阐述和分析。分析表明,现有模型可以较好地拟合小波系数的一阶统计特性,但在描述高阶统计特性时则显得力不从心,尤其是现有的各种相关模型都不足以描述图像系数的复杂分布,而仅仅体现在某个研究重点上(如层间、层内或混合相关,且混合相关实质上倾向于或层间或层内的相关性表述)。同时,高斯分布所具有的完美的计算形式,使人们的思路主要滞留于寻求更好的高斯混合分布之上,对更为复杂的统计模型研究较少,而当给出复杂边缘先验时,则简单地假定系数间的独立性^[12,13]。必须承认的是,尽管小波变换方法在各种应用中得到了目前最好效果,但其无法捕捉线奇异性的严重缺陷使其在实际应用中受到较大限制。因此,未来图像多尺度统计建模的发展趋势为:

(1) 鉴于层内模型较其他相关模型的优势,和局部方差场中结构信息主要由边缘、线和拐角等不连续特征产生的特点,结合近两年人们对图像轮廓和边界产生的几何正则性的深入研究^[51,52],如何在现有模型中加入几何考虑必将对未来的统计建模产生深远的影响;

(2) 针对不同种类的图像,根据其特征选取或提出更为有效的统计模型,避免对各类图像的模式化处理,并进一步加强基于复杂先验的图像建模方法的研究;

(3) 图像多尺度几何分析的出现,对图像多尺度统计处理无疑具有重大意义,但现有模型只是简单移植小波统计模型,而没有针对具体数据特点进行相关建模,因此,加深对基于多尺度几何表示的系数间相关性的研究,并构筑更为有效的多尺度几何稀疏表示理论,将使多尺度几何分析方法发挥更大的作用。

总之,尽管现有模型在实际应用中取得了极大成功,但图像多尺度统计建模还有许多悬而未决的问题需要解决,未来新理论和新方法的出现必将推

动该项工作的继续发展。

参考文献 (References)

- 1 Vidakovic B, Lozoya C B. On time-dependent wavelet denoising[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, **46**(9): 2549 ~ 2554.
- 2 Shapiro J M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, **41**(12): 3445 ~ 3462.
- 3 Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, **41**(3): 613 ~ 627.
- 4 Choi H, Baraniuk R G. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden Markov models [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, **10**(9): 1309 ~ 1321.
- 5 Choi H, Hendricks B, Baraniuk R G. Analysis of texture segmentation using wavelet-domain hidden Markov trees [A]. In: Proceedings of 33rd Asilomar Conference on Signals Systems and Computers [C], Pacific Grove, CA, 1999, **2**: 1287 ~ 1291.
- 6 Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, **11**(7): 674 ~ 693
- 7 Simoncelli E P, Adelson E H. Noise removal via Bayesian wavelet coring [A]. In: Proceedings of 3rd International Conference on Image Processing [C], Lausanne, Switzerland, 1996, **1**: 379 ~ 382.
- 8 Bouman C, Sauer K. A generalized Gaussian image model for edge preserving MAP estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1993, **2**(3): 296 ~ 310.
- 9 Simoncelli E P. Modeling the joint statistics of images in the wavelet domain [A]. In: Proceedings of SPIE 44th Annual Meeting [C], Denver, 1999, **3813**: 188 ~ 195.
- 10 Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, **46**(4): 886 ~ 902.
- 11 Portilla J, Strela V, Wainwright M, *et al.* Image denoising using scale mixture of Gaussians in the wavelet domain [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, **12**(11): 1338 ~ 1351.
- 12 Foucher S, Benie G, Boucher J. Multiscale MAP filtering of SAR images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, **10**(1): 49 ~ 60.
- 13 Achim A, Bezerianos A, Tsakalides P. Novel Bayesian multiscale method for speckle removal in medical ultrasound images [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2001, **20**(8): 772 ~ 783.
- 14 Chipman H A, Kolaczyk E D, McCulloch R E. Adaptive Bayesian wavelet shrinkage [J]. Journal of the American Statistic Association, 1997, **92**(440): 1413 ~ 1421.
- 15 Mihcak M K, Kozintsev I, Ramchandran K, *et al.* Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1999, **6**(12): 300 ~ 303.
- 16 Romberg J K, Choi H, Baraniuk R G. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, **10**(7): 1056 ~ 1068.
- 17 Fan G, Xia X G. Image denoising using local contextual hidden Markov model in the wavelet domain [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2001, **8**(5): 125 ~ 128.
- 18 Pizurica A, Philips W, Lemahieu I, *et al.* A joint inter-and intrascale statistical model for Bayesian wavelet based image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, **11**(5): 545 ~ 557.
- 19 Hansen M, Yu B. Wavelet thresholding via MDL for natural images [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, **46**(5): 1778 ~ 1788.
- 20 Pizurica A, Philips W. Multiscale statistical image models and Bayesian methods [A]. In: Proceedings Of SPIE Conference on Wavelet Applications in Industrial Processing [C], Providence, Rhode Island, USA, 2003, **5266**: 60 ~ 74.
- 21 Malfait M, Roose D. Wavelet-based image denoising using a Markov random field a prior model [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, **6**(4): 549 ~ 565.
- 22 Pizurica A, Philips W, Lemahieu I, *et al.* A versatile wavelet domain noise filtration technique for medical imaging [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003, **22**(3): 323 ~ 331.
- 23 Liu J, Moulin P. Image denoising based on scale-space mixture modeling of wavelet coefficients [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Kobe Japan, 1999: 386 ~ 390.
- 24 Abramovich F, Sapatinas T, Silverman B. Wavelet thresholding via a bayesian approach [J]. Journal of the Royal Statistic Society, 1998, **B60**(4): 725 ~ 749.
- 25 Strela V, Portilla J, Simoncelli E P. Image denoising using a local gaussian scale mixture model in the wavelet domain [A]. In: Proceedings of SPIE Conference on Wavelets Applications in Signal and Image Processing VIII [C], San Diego, CA, 2000, **4119**: 363 ~ 371.
- 26 Moulin P, Liu J. Analysis of multiresolution image denoising schemes using generalized Gaussian and complexity priors [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, **45**(3): 909 ~ 919.
- 27 Said A, Pearlman W A. A new, fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees [J]. IEEE Transactions on Circuits System and Video Technology, 1996, **6**(3): 243 ~ 250.
- 28 Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, **50**(11): 2744 ~ 2756.
- 29 Willsky A S. Multiresolution markov models for signal and image processing [J]. Proceedings of the IEEE, 2002, **90**(8): 1396 ~ 1458.
- 30 Kenneth C Chou, Alan S Willsky, Albert Benveniste. Multiscale recursive estimation, data fusion, and regularization [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, **39**(3): 464 ~ 478.
- 31 Afshin David. Wavelet-kalman method for image compression [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing [C], Hong Kong, China, 2003, **VI**:

- 101 ~ 104.
- 32 Crouse M S, Baraniuk R G. Contextual hidden markov models for wavelet-domain signal processing [A]. In: Proceedings of 31st Asilomar Conference on Signals Systems and Computers [C], Pacific Grove, CA, 1997, 1: 95 ~ 100.
- 33 Romberg J, Wakin M, Choi H, *et al.* A geometric hidden Markov tree wavelet mode [A]. In: Proceedings of SPIE Conference on Wavelets Applications in Signal and Image Processing X [C], San Diego, CA, 2003, 5207: 80 ~ 86.
- 34 Servetto S D, Ramchandran K, Orchard M T. Image coding based on a morphological representation of wavelet data [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8(9): 1161 ~ 1174.
- 35 LoPresto S, Ramchandran K, Orchard M T. Image coding based on mixture modeling of wavelet coefficients and a fast estimation-quantization framework [A]. In: Proceedings of IEEE Data Compression Conference [C], Snowbird, Utah, 1997: 221 ~ 230.
- 36 Joshi R L, Jafarkhani H, Kasner J H, *et al.* Comparison of different methods of classification in subband coding of images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(11): 1473 ~ 1486.
- 37 Jansen M, Bultheel A. Empirical Bayes approach to improve wavelet thresholding for image noise reduction [J]. Journal of the American Statistical Association, 2001, 96(454): 629 ~ 639.
- 38 Pizurica A, Philips W, Lemahieu I, *et al.* Despeckling SAR images using wavelets and a new class of adaptive shrinkage estimators [A]. In: Eighth IEEE International Conference on Image Processing [C], Thessaloniki, Greece, 2001, 17: 233 ~ 236.
- 39 Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532 ~ 1546.
- 40 Liu J, Moulin P. Information-theoretic analysis of interscale and intrascale dependencies between image wavelet coefficients [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(11): 1647 ~ 1658.
- 41 Romberg J, Wakin M, Baraniuk R. Multiscale geometric image processing [A]. In: Proceedings of SPIE Conference on Visual Communications and Image Processing [C], Lugano, Switzerland, 2003, 5150: 1265 ~ 1272.
- 42 Po D D-Y, Do M N. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [A]. In: IEEE Workshop on Statistical Signal Processing [C], St. Louis, MO, USA, 2003: 262 ~ 265.
- 43 Candès E J. Ridgelet: Theory and Applications [D]. Stanford: Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- 44 Candès E J. Monoscale Ridgelet for the representation of images with edges [R]. USA: Department of Statistics, Stanford University, 1999.
- 45 Candès E J, Donoho D J. Curvelets [R]. USA: Department of Statistics, Stanford University, 1999.
- 46 Do M N, Vetterli M. Contourlets: A directional Multiresolution image representation [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Rochester, 2002, 1: 357 ~ 360.
- 47 Pennec E L, Mallat S. Sparse geometric image representations with bandelets [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(4): 423 ~ 438.
- 48 Romberg J, Wakin M, Baraniuk R. Multiscale wedgelet image analysis: fast decomposition and modeling [A]. In: IEEE International Conference on Image Processing [C], Rochester, 2002, 3: 585 ~ 588.
- 49 Starck J L, Candès E J, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6): 670 ~ 684.
- 50 Do M N, Vetterli M. Image denoising using orthonormal finite ridgelet transform [A]. In: Proceedings of SPIE Conference on Wavelet Applications in Signal and Image Processing VIII [C], San Diego, USA, 2000: 821 ~ 830.
- 51 Geisler W S, Perry J S, Super B J, *et al.* Edge co-occurrence in natural images predicts contour grouping performance [J]. Vision Research, 2001, 41(6): 711 ~ 724.
- 52 Zhu S C. Statistical modeling and conceptualization of visual patterns [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(6): 691 ~ 712.